

1 الدرس

مجموعة الأعداد النسبية



تعريف

- درست في المرحلة الابتدائية بعض مجموعات الأعداد مثل :
 - * مجموعة أعداد العد = $\{ \dots, 4, 3, 2, 1 \}$
 - * مجموعة الأعداد الطبيعية ط = $\{ \dots, 4, 3, 2, 1, 0 \}$
 - * مجموعة الأعداد الصحيحة ص = $\{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$
- وفي هذه الوحدة ستتعرف على مجموعة أخرى من الأعداد تسمى «**مجموعة الأعداد النسبية**» ويرمز لها بالرمز « $\frac{a}{b}$ »

الأعداد النسبية

الأعداد : $\frac{1}{2}, -\frac{5}{8}, 3, 0, 7, 2, 5, 0, 0, 15$ ، جميعها أعداد نسبية.

تعريف العدد النسبي

العدد النسبي هو العدد الذي يمكن التعبير عنه في صورة قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر لا يساوى الصفر.

أى أن : الأعداد النسبية هي جميع الأعداد التي يمكن وضعها على الصورة $\frac{a}{b}$

حيث a عدد صحيح ، b عدد صحيح لا يساوى الصفر

، ويسمى a ، b حد العدد النسبي $\frac{a}{b}$

• مما سبق يمكن التعبير عن مجموعة الأعداد النسبية كالتالي :

$$\text{مجموعة الأعداد النسبية } n = \{s : s = \frac{b}{a}, a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a \neq 0, b \neq 0\}$$

• بناءً على التعريف السابق ، يمكننا أن نقول :

أمثلة

٢٠. عدد نسبي حيث يمكن التعبير عنه في صورة $\frac{20}{10}$ أو $\frac{20}{100}$ أو ...

٧٠. عدد نسبي حيث يمكن التعبير عنه في صورة $\frac{7}{10}$ أو $\frac{7}{100}$ أو ...

١٥٠. عدد نسبي حيث يمكن التعبير عنه في صورة $\frac{150}{100}$ أو $\frac{150}{1000}$ أو ...

٣٠. عدد نسبي حيث يمكن التعبير عنه في صورة $\frac{3}{1}$ أو $\frac{6}{2}$ أو $\frac{9}{3}$ أو ...

٥٥٠. عدد نسبي حيث يمكن التعبير عنه في صورة $\frac{5}{1}$ أو $\frac{5}{2}$ أو $\frac{5}{3}$ أو ...

٦٥٠. عدد نسبي حيث يمكن التعبير عنه في صورة $-\frac{16}{1}$ أو $-\frac{32}{3}$ أو $-\frac{48}{4}$ أو ...

١. جميع الأعداد والكسور العشرية هي أعداد نسبية.

لأن أي عدد أو كسر عشرى يمكن التعبير عنه في صورة $\frac{a}{b}$ حيث : a, b عددان صحيحان ، $b \neq 0$.

٢. جميع النسبة المئوية هي أعداد نسبية.

لأن أي نسبة مئوية يمكن التعبير عنها في صورة $\frac{a}{100}$ حيث : a, b عددان صحيحان ، $b \neq 0$.

٣. جميع الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية.

لأن أي عدد صحيح يمكن كتابته على الصورة $\frac{a}{1}$ حيث : a, b عددان صحيحان ، $b \neq 0$. وعلى هذا فإن :

مجموعة الأعداد الصحيحة مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد النسبية.

لأن $s \in \mathbb{Z}$

وحيث إن $t \in s$ فإن $t \in \mathbb{Z}$ والشكل المقابل يوضح ذلك.





ملاحظة !

كل عدد صحيح هو عدد نسبي ولكن ليس كل عدد نسبي هو عدد صحيح.

فمثلاً : ١٢ يعبر عن عدد صحيح لأن : ١٢ تقبل القسمة على ٦ ويكون الناتج ٢

٢٥ لا يعبر عن عدد صحيح لأن : ٢٥ لا تقبل القسمة على ٤

مثال ١

وضح لماذا يكون كل من الأعداد الآتية عدداً نسبياً :

$$\frac{1}{4} \text{٪ } 27$$

$$\frac{1}{3} \text{، } 006$$

$$\frac{1}{2} \text{، } 17$$

$$\frac{1}{5}$$

الحل

كل من الأعداد الأربع السابقة عدد نسبي لأنه يمكن كتابة كل منها على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a ، b عددان صحيحان ، $b \neq 0$ كما يلى :

$$\frac{17}{100} = \frac{1}{100} \times 17 = \frac{1}{100} \text{٪ } 27$$

$$\frac{17}{5} = \frac{2 + (5 \times 3)}{5} = \frac{2}{5} + \frac{15}{5} = \frac{2}{5} + 3 = 3\frac{2}{5}$$

$$\frac{27}{100} = \frac{1}{100} \times 27 = \frac{1}{100} \text{٪ } 27$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{100} \times 100 = \frac{1}{100} \text{، } 006$$

ملاحظة !

إذا كان : $\frac{a}{b}$ عددًا نسبياً فإن : $b \neq$ صفر

مثال ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعلقة :

١ العدد $\frac{5}{2}$ إذا كانت : س ≠

(د) -٢

(ج) صفر

(ب) ٢

(أ) ٥

٤ إذا كان : $\frac{s-1}{s+3}$ عددًا نسبياً فإن : س ≠

(د) ٣

(ج) ١

(ب) -١

(أ) -٣

٣ العدد $\frac{3-s}{2-s}$ لا يكون نسبياً إذا كانت : س =

(د) ٤

(ج) ٢

(ب) صفر

(أ) -٢

الحل ١ (ج) تفسير الحل : $\frac{1}{2} \leq s$ إذا كانت : $2s \neq 0$.
أى أن : $s \neq 0$.

تفسير الحل : بما أن $\frac{s-1}{s+3}$ عدد نسبي إذن : $s+3 \neq 0$.
أى أن : $s \neq -3$.

تفسير الحل : $\frac{3-2s}{2s-4} \geq 0$ إذا كان : $2s-4 = 0$.
 $\frac{3-2s}{2s-4} \geq 0$

أى أن : $2s = 4$ ومنها $s = \frac{4}{2} = 2$.

حاول بنفسك ١

أكمل الجدول التالي :

$\frac{6-s}{s}$	$\frac{7}{s-8}$	$\frac{3}{4-s}$	$\frac{5}{3-s}$	العدد
.....	يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq$

ملاحظة !

إذا كان العدد النسبي $\frac{9}{s} = 0$ صفر فإن : $s = 0$ صفر.

مثال ٢

إذا كان العدد النسبي $\frac{s-3}{s+3} = 0$ صفر ، فأوجد قيمة s .

الحل

بما أن : $\frac{s-3}{s+3} = 0$ صفر
إذن $s-3 = 0$ صفر

حاول بنفسك ٢

أكمل الجدول التالي :

$\frac{4-2s}{3+s}$	$\frac{2s}{5+s}$	$\frac{6-s}{4-s}$	$\frac{2-s}{1-s}$	العدد النسبي
.....	يساوي صفر إذا كانت $s =$



العدد النسبي الموجب والعدد النسبي السالب

العدد النسبي $\frac{a}{b}$ يكون

سالب	يساوي الصفر	موجباً
<p>إذا كان حاصل ضرب حدديه عديداً سالباً</p> <p>أى أن: $a < 0, b < 0$</p> <p>ويكون a, b مختلفين في الإشارة</p> <p>أمثلة</p> <p>لأعداد نسبية سالبة:</p> $\frac{4}{5}, -\frac{2}{7}, \frac{3}{4}$	<p>إذا كان بسطه يساوى الصفر</p> <p>أى أن: $a = 0$</p> <p>ولاحظ أن: الصفر ليس موجباً وليس سالباً</p> <p>أمثلة</p> <p>لأعداد نسبية تساوى الصفر:</p> $-\frac{2}{4}, \frac{0}{3}$	<p>إذا كان حاصل ضرب حدديه عديداً موجباً</p> <p>أى أن: $a > 0, b > 0$</p> <p>ويكون a, b لهما نفس الإشارة</p> <p>أمثلة</p> <p>لأعداد نسبية موجبة:</p> $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}$

أى أن:

مجموعة الأعداد النسبية $N = N_+ \cup \{0\} \cup N_-$

حيث: N_+ مجموعة الأعداد النسبية الموجبة ، N_- مجموعة الأعداد النسبية السالبة

مع ملاحظة أن: $N_+ \cap N_- = \emptyset$

حاول بنفسك

بين أي الأعداد التالية موجب وأيها سالب وأيها يساوى صفرًا:

$$\frac{3}{4}, -\frac{2}{9}, -\frac{1}{5}, -\left|\frac{1}{2}\right|, \frac{7}{11}, (-5)$$

صور مختلفة للعدد النسبي

يمكن كتابة العدد النسبي $\frac{1}{7}$ في صورة عدد نسبي آخر مساوٍ له وذلك تبعاً لخاصية الآتية :

خاصية

العدد النسبي $\frac{1}{7}$ لا تتغير قيمته إذا ضرب حداه (في) أو قسمها (على) عدد واحد لا يساوى الصفر.

$$\frac{9}{21} = \frac{7}{14} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{9}{21} = \frac{3 \times 3}{3 \times 7} = \frac{3}{7}, \quad \frac{6}{14} = \frac{2 \times 3}{2 \times 7} = \frac{3}{7}$$

أى أن : $\frac{2}{7}, \frac{6}{14}, \frac{9}{21}$ صور مختلفة لعدد نسبي واحد.

$$\frac{7}{9} = \frac{12}{18} = \frac{24}{36}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{4 \div 4}{4 \div 36} = \frac{12}{36}, \quad \frac{12}{18} = \frac{2 \div 2}{2 \div 36} = \frac{24}{36}$$

أى أن : $\frac{24}{36}, \frac{12}{18}, \frac{7}{9}$ صور مختلفة لعدد نسبي واحد.

حاول بنفسك

اكتب ثلاث صور مختلفة تعبر عن كل من العددين النسبيين الآتيين :

$$\frac{16}{64}$$

$$\frac{2}{3}$$

كتابة العدد النسبي $\frac{1}{7}$ في أبسط صورة

يُقال لأى عدد نسبي على صورة $\frac{1}{7}$ إنه في أبسط صورة إذا كان كل من حدديه له أصغر قيمة ممكنة.

$$\frac{1}{2} = \frac{11}{32}$$

فمثلاً : أبسط صورة للعدد النسبي $\frac{11}{32}$ هي $\frac{1}{2}$

لذلك ، فيما يعبران عن نفس العدد النسبي

ولا يلاحظ أن : $\frac{11}{32}, \frac{1}{2}$ يعبران عن نفس العدد النسبي.

* العدد النسبي $\frac{3}{14}$ في أبسط صورة ولا يمكن اختصاره لصورة أبسط من ذلك.



١١
لوضع العدد النسبة $\frac{9}{12}$ في أبسط صورة ، نقسم كلاً من حدديه على العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ) بينهما.

مثال ٤

ضع كلاً من العددين الآتيين في أبسط صورة :

$$\frac{12}{36} - \frac{8}{12}$$

الحل

ع.م.أ للعددين ٨ ، ١٢ هو ٤ وبقسمة حدى العدد $\frac{8}{12}$ على ٤

$$\text{يُنْتَجُ أَنَّ: } \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

ع.م.أ للعددين ١٢ ، ٣٦ هو ١٢ وبقسمة حدى العدد $\frac{12}{36}$ على ١٢

$$\text{يُنْتَجُ أَنَّ: } \frac{1}{3} = \frac{12}{36}$$

حاول بنفسك ٥

أكمل الجدول التالي :

$\frac{12}{30}$	$\frac{27}{45}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{5}{20}$	العدد
.....	أبسط صورة له

كتابة العدد النسبة في صورة نسبة مئوية

كتابه العدد النسبة في صورة نسبة مئوية نعبر عنه في صورة $\frac{9}{100}$ والتي تعنى ٩٪

مثال ٦

اكتب كلاً من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية :

$$\left| \begin{array}{c} \frac{17}{1000} \\ 3 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} \frac{5}{16} \\ 2 \\ 3,25 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} \frac{9}{20} \\ 1 \\ 0,12 \\ 4 \\ \frac{12}{125} \end{array} \right|$$

الحل

$$\%45 = \frac{45}{100} = \frac{5 \times 9}{5 \times 20} = \frac{9}{20} \quad 1$$

$$\%45 = \frac{45}{100} = \frac{100 \times \frac{9}{20}}{100} = \frac{9}{20} \quad \underline{\text{حل آنف}}$$

$$\%31,25 = \frac{31,25}{100} = \frac{100 \times \frac{5}{16}}{100} = \frac{5}{16} \quad 2$$

$$\%1,7 = \frac{1,7}{100} = \frac{100 \times \frac{17}{1000}}{100} = \frac{17}{1000} \quad 3$$

$$\%0,9,6 = \frac{0,9,6}{100} = \frac{100 \times \frac{637}{120}}{100} = \frac{637}{120} = 0 \frac{12}{125} \quad 4$$

$$\%320 = \frac{320}{100} = \frac{10 \times 32}{10 \times 10} = \frac{32}{10} = 3,2 \quad 5$$

حاول بنفسك

اكتب كلاً من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية :

$$2,5 \quad 3 \quad \frac{3}{100} \quad 1 \quad \frac{4}{5}$$

تحويل العدد النسبي من صورة $\frac{1}{\square}$ إلى صورة عدد عشري

يمكن تحويل بعض الأعداد النسبية من صورة $\frac{1}{\square}$ إلى صورة عدد عشري منته.

فمثلاً :

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{2 \times 3}{2 \times 5}$$

$$1,0 = \frac{10}{10} = \frac{0 \times 3}{0 \times 2}$$

• العدد النسبي $\frac{3}{5}$ يمكن كتابته على الصورة $0,6$.

• العدد النسبي $\frac{3}{2}$ يمكن كتابته على الصورة $1,5$.



الدرس الأول

١١

ولكتابه العدد النسبي $\frac{1}{2}$ في صورة عدد عشرى منته

نجعل مقامه ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ...

مثال ٦

اكتب كلاً من الأعداد الآتية على صورة عدد عشرى منته :



$$\frac{7}{25} - 3$$

$$\left| \frac{3}{8} - 2 \right|$$

$$\frac{2}{5}$$

الحل

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$+ , 375 = \frac{375}{1000} = \frac{125 \times 3}{125 \times 8} = \frac{3}{8} = \left| \frac{3}{8} - 2 \right|$$

$$2,28 - = 2 \frac{28}{100} - = 2 \frac{4 \times 7}{4 \times 25} - = 2 \frac{7}{25} -$$

حاول بنفسك ٧

اكتب كلاً من العددين النسبةين الآتيين على صورة عدد عشرى منته :

$$\frac{11}{20}$$

$$\frac{3}{4}$$

ملاحظة !

بعض الأعداد النسبةية لا يمكن كتابتها في صورة عدد عشرى منته مثل :

العدد النسبي $\frac{1}{3}$ فباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : $\frac{1}{3} = 0,333333\ldots$

وتكتب $(0,3\ldots)$ وتقرأ $(0,3\text{ دائرة})$ حيث النقطة فرق الرقم تعنى أن العدد دائري.

مثال ٨

باستخدام الآلة الحاسبة اكتب كلاً من الأعداد النسبةية الآتية على صورة عدد عشرى دائري :

$$\frac{71}{323}$$

$$\frac{2}{11}$$

$$\frac{2}{3}$$

الحل

١ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : $\frac{2}{3} = 0,66666667\ldots$ أى أن : $\frac{2}{3} = 0,6\ldots$

٢ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : $\frac{2}{11} = 0,1818181818\ldots$ أى أن : $\frac{2}{11} = 0,18\ldots$

للحظة

وضع نقطة فوق الرقم الأول والرقم الأخير
معناه أن الرقمين وما بينهما دائئ.

०,८१४

٣- باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

$$\therefore 2132132132 = \frac{71}{333}$$

$$5,213 = 5 \frac{71}{333}$$

حاول نفسك

اكتب على صورة عدد عشري دائري كلّاً مما يأتي :

۳۱

1

ملاحظة !



يمكن كتابة العدد العشري الدائري على صورة $\frac{1}{3}$ وذلك باستخدام آلة حاسبة علمية من النوع CASIO fx-95ES plus أو غيرها مع العلم أن بعض الآلات الحاسبة العلمية لا يمكنها احتراط مثل هذه العملية.

فمثلاً: لكتابه العدد ٢١، على صورة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ندخل الأعداد التالية بالالة الحاسبة حتى تمتليء الشاشة :

= فتحصل ثم نضغط .

على العدد النسبي ٣٣

- لكتابية العدد ١٣٦ ، على صورة $\frac{1}{9}$ تدخل الأعداد التالية بـ الآلة الحاسبة حتى تمتليء

حاول ب بنفسك

استخدم الآلة الحاسبة لكتابة كل مما يأقى على صورة $\frac{1}{\sqrt{2}}$:

• 180 5

1

على مجموعة الأعداد النسبية

اختبار
تفاعل

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات



• تطبيق



• مفهوم



أكمل ما يأتي :

١

إذا كان : $\frac{9}{4}$ عدداً نسبياً فإن : $4 \neq$ ١الشرط اللازم ليكون $\frac{3}{2}$ عدداً نسبياً هو أن $s \neq$ ٢العدد $\frac{2}{3} s$ إذا كانت $s \neq$ ٣العدد $\frac{s-3}{s+3}$ يكون نسبياً إذا كانت $s \neq$ ٤العدد $\frac{6-9}{4}$ لا يكون نسبياً إذا كانت $4 =$ ٥العدد النسبي $\frac{s-5}{s}$ = صفر إذا كانت $s =$ ٦العدد النسبي $\frac{4-s}{s-3}$ = صفر إذا كانت $s =$ ٧العدد النسبي $\frac{15+s}{s-5}$ = صفر إذا كانت $s =$ ٨إذا كان : $\frac{s+4}{s-3}$ ليس عدداً نسبياً فإن : $s - 2 =$ ٩

$$\frac{9}{4} = \frac{3}{4} \quad ١٠$$

$$\frac{\dots}{10} = \frac{16}{20} \quad ١١$$

$$\% \dots = \frac{7}{20} \quad ١٢$$

$$\% \dots = \frac{21}{100} \quad ١٣$$

$$\% \dots = 40 \quad ١٤$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١

جميع الأعداد الآتية نسبية ما عدا ١

$$(d) \frac{4}{5}$$

$$(c) \frac{3-3}{7}$$

$$(b) \frac{2}{5}$$

(a) صفر

٥ أي من الأعداد الآتية يعبر عن عدد صحيح؟

(د) $\frac{3}{4}$

(ج) $\frac{15}{5}$

(ب) $\frac{4}{8}$

(أ) $\frac{24}{5}$

٦ أي من الأعداد النسبية الآتية عدد سالب؟

(د) $\sqrt{(-7)}$

(ج) $\frac{3}{4}$

(ب) $-\left| \frac{1}{2} \right|$

(أ) $\frac{\text{صفر}}{3}$

٧ أي من الأعداد النسبية الآتية عدد موجب؟

(د) $\frac{2}{9}$

(ج) $\sqrt[3]{(-5)}$

(ب) $\frac{\text{صفر}}{5}$

(أ) $\frac{3}{4}$

٨ أي مما يلى يساوى $\frac{4}{5}$ ؟

(د) $\% 80$

(ج) $\% 120$

(ب) $0,54$

(أ) $0,4$

٩ إذا كان : $- \frac{4}{5} = \frac{20}{س}$ فإن : س =

(د) 100

(ج) 5

(ب) $25 -$

(أ) 25

١٠ العدد النسبي $\frac{1}{س}$ يكون موجباً إذا كان :

(أ) $s > 0$ (ب) $s < 0$ (ج) $s + 1 = 0$ (د) $s < 1$

١١ العدد النسبي $\frac{7}{s}$ يكون موجباً إذا كان : $s < 0$ صفر

(د) $=$

(ج) $>$

(ب) \leq

(أ) $<$

١٢ العدد النسبي $\frac{s}{5}$ يكون سالباً إذا كان : س صفر

(د) $=$

(ج) \geq

(ب) $>$

(أ) $<$

١٣ إذا كان : $s = 4$ ، $t = 2$ فأى من الأعداد الآتية ليس نسبياً؟

(د) $\frac{2}{2-s}$

(ج) $\frac{\text{صفر}}{s+4}$

(ب) $-\frac{2}{s}$

(أ) $\frac{2}{s}$

١٤ = ٠ ، ٥٧

(د) $\frac{19}{33}$

(ج) $\frac{575}{1000}$

(ب) $\frac{75}{99}$

(أ) $\frac{57}{100}$

الدرس الأول



٣٢٪

٣٢٪

٣٢٪

$\frac{1}{25}$

$$\dots = \left| \frac{1}{25} - \right| \boxed{12}$$

٣٢٪

٣٢٪

٣٢٪

$\frac{1}{25}$

$$\dots = \% 12 \boxed{13}$$

١٢٪

$\frac{3}{25}$

١٢٪

٣٪

ضع كلاً من الأعداد الآتية في أبسط صورة :

$$\frac{132}{88} - \boxed{4}$$

$$\frac{40}{20} - \boxed{3}$$

$$\frac{24}{56} - \boxed{5}$$

$$\frac{15}{25} - \boxed{1}$$

أى الأعداد النسبية الآتية يكتب على صورة عدد عشرى منتهى ؟

$$\frac{5}{11} \boxed{5}$$

$$\frac{8}{9} - \boxed{4}$$

$$\frac{5}{8} \boxed{3}$$

$$\frac{7}{20} \boxed{2}$$

$$\frac{7}{10} \boxed{1}$$

$$1\frac{2}{9} - \boxed{10}$$

$$1\frac{2}{3} - \boxed{9}$$

$$2\frac{2}{5} \boxed{8}$$

$$\frac{17}{6} \boxed{7}$$

$$1\frac{3}{22} - \boxed{6}$$

اكتب كلاً من العددين الآتيين على صورة عدد عشرى دائرى :

$$3\frac{1}{10} - \boxed{1}$$

$$\frac{6}{11} \boxed{1}$$

اكتب كلاً من الأعداد الآتية على الصورة $\frac{1}{\square}$:

$$0,01 - \boxed{4}$$

$$0,75 \boxed{2}$$

$$\text{صفر} \boxed{1}$$

$$0 - \boxed{1}$$

$$8\frac{2}{3} \boxed{8}$$

$$0,45 \boxed{2}$$

$$0,30 \boxed{6}$$

$$0,4 \boxed{5}$$

اكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشرى ، ونسبة مئوية :

$$\frac{1}{6} \boxed{4}$$

$$7\frac{3}{16} \boxed{2}$$

$$\frac{3}{20} - \boxed{1}$$

$$2\frac{1}{2} \boxed{1}$$

لماذا يكتب فى تعريف العدد النسبي $\frac{a}{b}$ أن $b \neq$ صفر ؟